

Математика в Древней Греции

Понятие древнегреческая математика охватывает достижения грекоязычных математиков, живших в период между VI веком до н. э. и V веком н. э.

Вплоть до VI века до н. э. греческая математика ничем выдающимся не прославилась. Были, как обычно, освоены счёт и измерение. О достижениях ранних греческих математиков мы знаем в основном по комментариям позднейших авторов, преимущественно Евклида, Платона и Аристотеля.

В VI веке до н. э. «греческое чудо» начинается: появляются сразу две научные школы: ионийцы (Фалес Милетский) и пифагорейцы (Пифагор).

Фалес, богатый купец, во время торговых поездок, видимо, хорошо изучил вавилонскую математику и астрономию. Ионийцы дали первые доказательства геометрических теорем. Однако главная роль в деле создания античной математики принадлежит пифагорейцам.

Пифагор, основатель школы, как и Фалес, много путешествовал и тоже учился у египетских и вавилонских мудрецов. Именно он выдвинул тезис «*Числа правят миром*», и занимался его обоснованием.

Пифагорейцы немало продвинулись в теории делимости, но чрезмерно увлеклись играми с «треугольными», «квадратными», «совершенными» и т. п. числами, которым, судя по всему, придавали мистическое значение. Видимо, правила построения «пифагоровых троек» были открыты уже тогда; исчерпывающие формулы для них приводятся у Диофанта. Теория наибольших общих делителей и наименьших общих кратных тоже, видимо, пифагорейского происхождения. Вероятно, они же построили общую теорию дробей (понимаемых как отношения (пропорции), так как единица считалась неделимой), научились выполнять с дробями сравнение (приведением к общему знаменателю) и все 4 арифметические операции.



Афинская школа Пифагора

Математика на Востоке

Ал-Хорезми или Мухаммад ибн Муса Хорезми (ок. 783 - ок. 850) - великий персидский математик, астроном и географ, основатель классической алгебры.

Книга об алгебре и алмукабале

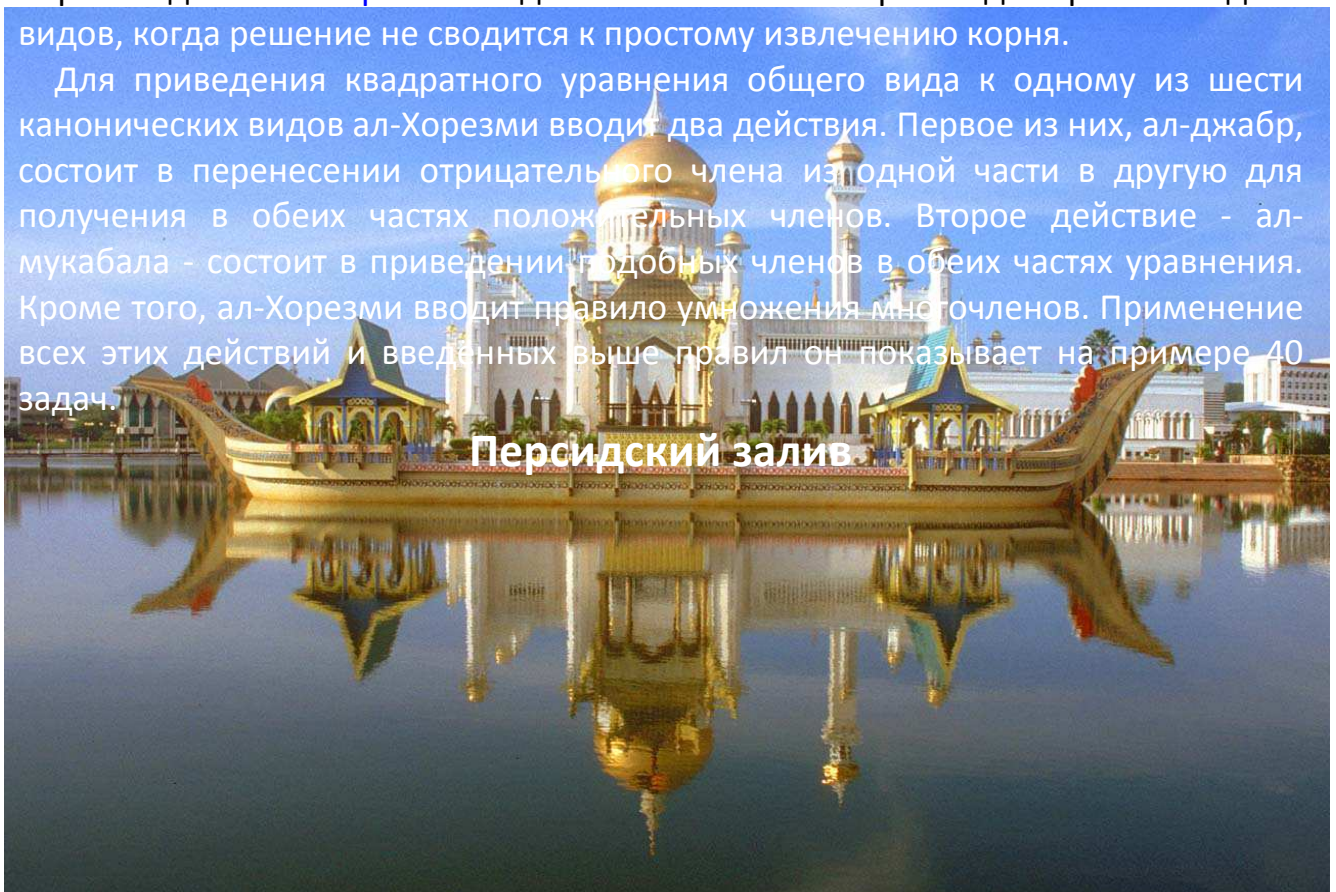
Ал-Хорезми известен прежде всего своей «Книгой о восполнении и противопоставлении» («Ал-китаб ал мухтасар фи хисаб ал-джабр ва-л-мукабала»), от названия которой произошло слово «алгебра».

В теоретической части своего трактата ал-Хорезми даёт классификацию уравнений 1-й и 2-й степени и выделяет шесть их видов:

- квадраты равны корням (пример $5x^2 = 10x$);
- квадраты равны числу (пример $5x^2 = 80$);
- корни равны числу (пример $4x = 20$);
- квадраты и корни равны числу (пример $x^2 + 10x = 39$);
- квадраты и числа равны корням (пример $x^2 + 21 = 10x$);
- корни и числа равны квадрату (пример $3x + 4 = x^2$).

Такая классификация объясняется требованием, чтобы в обеих частях уравнения стояли положительные члены. Охарактеризовав каждый вид уравнений и показав на примерах правила их решения, ал-Хорезми даёт геометрическое доказательство этих правил для трёх последних видов, когда решение не сводится к простому извлечению корня.

Для приведения квадратного уравнения общего вида к одному из шести канонических видов ал-Хорезми вводит два действия. Первое из них, ал-джабр, состоит в перенесении отрицательного члена из одной части в другую для получения в обеих частях положительных членов. Второе действие - ал-мукабала - состоит в приведении подобных членов в обеих частях уравнения. Кроме того, ал-Хорезми вводит правило умножения многочленов. Применение всех этих действий и введенных выше правил он показывает на примере 40 задач.



Евклидова геометрия



Евклид

древнегреческий математик
(365-300 до. н. э.)

О Евклиде почти ничего неизвестно, откуда он был родом, где и у кого учился.

Папа Александрийский (III в.) утверждал, что он был очень доброжелателен ко всем тем, кто сделал хоть какой-нибудь вклад в математику. Корректен, в высшей степени порядочен и совершенно лишен тщеславия. Как-то царь Птолемей I спросил Евклида, нет ли более короткого пути для изучения геометрии, чем штудирование "Начал". На это Евклид смело ответил, что "в геометрии нет царской дороги". Евклид, как и другие великие греческие геометры, занимался астрономией, оптикой и теорией музыки.

Гораздо больше мы знаем о математическом творчестве Евклида. Прежде всего, Евклид является для нас автором "Начал", по которым учились математики всего мира. Эта удивительная книга пережила более двух тысячелетий, но до сих пор не утратила своего значения не только в истории науки, но и самой математике. Созданная там система евклидовой геометрии и теперь изучается во всех школах мира и лежит в основе почти всей практической деятельности людей. На геометрии Евклида базируется классическая механика, ее апофеозом было появление в 1687 г. "Математических начал натуральной философии" Ньютона, где законы земной и небесной механики и физики устанавливаются в абсолютном евклидовом пространстве.

Содержание "Начал" далеко не исчерпывается элементарной геометрией - это основы всей античной математики. Здесь подводится итог более чем 300-летнему ее развитию и вместе с тем создается прочная база для дальнейших исследований. Последующие математики ссылались на предложения "Начал", как на нечто окончательно установленное.

"Начала" Евклида состоят из 15 книг. В 1-й формулируются исходные положения геометрии, а также содержатся основополагающие теоремы планиметрии, среди которых теорема о сумме углов треугольника и теорема Пифагора. Во 2-й книге излагаются основы геометрической алгебры. 3-я книга посвящена свойствам круга, его касательных и хорд. В 4-й книге рассматриваются правильные многоугольники, ...



Геометрия средних веков



Геометрия греков, называемая сегодня евклидовой, или элементарной, занималась изучением простейших форм: прямых, плоскостей, отрезков, правильных многоугольников и многогранников, конических сечений, а также шаров, цилиндров, призм, пирамид и конусов. Вычислялись их площади и объёмы. Преобразования в основном ограничивались подобием.

Муза геометрии, Лувр.

Средние века немного дали геометрии, и следующим великим событием в её истории стало открытие Декартом в XVII веке координатного метода («Рассуждение о методе», 1637). Точкам сопоставляются наборы чисел, это позволяет изучать отношения между формами методами алгебры. Так появилась аналитическая геометрия, изучающая фигуры и преобразования, которые в координатах задаются алгебраическими уравнениями. Примерно одновременно с этим Паскалем и Дезаргом начато исследование свойств плоских фигур, не меняющихся при проектировании с одной плоскости на другую. Этот раздел получил название проективной геометрии. Метод координат лежит в основе появившейся несколько позже дифференциальной геометрии, где фигуры и преобразования все ещё задаются в координатах, но уже произвольными достаточно гладкими функциями.

В геометрии можно условно выделить следующие разделы:

- Элементарная геометрия — геометрия точек, прямых и плоскостей, а также фигур на плоскости и тел в пространстве. Включает в себя планиметрию и стереометрию.
- Аналитическая геометрия — геометрия координатного метода. Изучает линии, векторы, фигуры и преобразования, которые задаются алгебраическими уравнениями в аффинных или декартовых координатах, методами алгебры.
- Дифференциальная геометрия и топология изучает линии и поверхности, задающиеся дифференцируемыми функциями, а также их отображения.
- Топология — наука о понятии непрерывности в самом общем виде.

Исследование системы аксиом Евклида во второй половине XIX века показало её неполноту. В 1899 году Д. Гильберт предложил первую достаточно строгую аксиоматику евклидовой геометрии.

Геометрия Лобачевского



Николай Иванович Лобачевский (20 ноября 1792 - 12 февраля 1856), великий русский математик

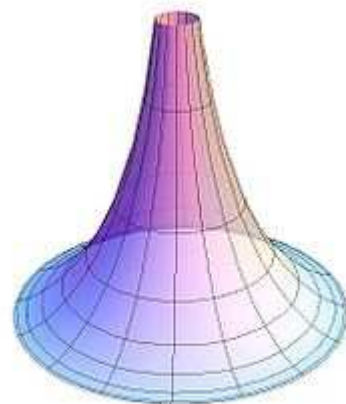
Поводом к изобретению геометрии Лобачевского явился V постулат Евклида: *«Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, лежащая с данной прямой в одной плоскости и не пересекающая её»*. Относительная сложность его формулировки вызывала ощущение его вторичности и порождала попытки вывести его из остальных постулатов Евклида.

Попытками доказательства пятого постулата Евклида занимались такие ученые как древнегреческий математик Птолемей (II в.), Прокл (V в.), Омар Хайям (XI - XII вв.), французский математик А. Лежандр (1800).

Были предприняты попытки использовать доказательство от противного: итальянский математик Дж. Саккери (1733), немецкий математик И. Ламберт (1766). Наконец, стало возникать понимание о том, что возможно построение теории, основанной на противоположном постулате: немецкие математики Ф. Швейкарт (1818) и Ф. Тауринус (1825) (однако они не осознали, что такая теория будет логически столь же стройной).

Лобачевский в работе «О началах геометрии» (1829), первой его печатной работе по неевклидовой геометрии, ясно заявил, что V постулат не может быть доказан на основе других посылок евклидовой геометрии, и что допущение постулата, противоположного постулату Евклида, позволяет построить геометрию столь же содержательную, как и евклидова, и свободную от противоречий.

В 1868 году выходит статья Э. Бельтрами об интерпретациях геометрии Лобачевского. Бельтрами определил метрику плоскости Лобачевского и доказал, что она имеет всюду постоянную отрицательную кривизну. Такая поверхность тогда уже была известна - это псевдосфера Миндинга. Бельтрами сделал вывод, что локально плоскость Лобачевского изометрична участку псевдосферы.



Окончательно непротиворечивость геометрии Лобачевского была доказана в 1871 году, после появления модели Клейна.